

Двумерная периодическая задача стационарной теплопроводности для слоистых тел

Величко Е.В., доц.; Бойко С.Б., ст. преп. ь

Таврический государственный агротехнологический университет,
г. Мелитополь

Рассматривается n -слойный композит, состоящий из полупространства и n -плоскопараллельных слоёв. На границе верхнего слоя известна температура, являющейся четной периодической функцией в одном из направлений. Рассматривается задача (в двумерной постановке) о стационарном распределении тепла в этом композите при условии, что на общей границе слоёв выполняется условие идеального теплового контакта. Изучается вопрос о влиянии характеристик слоёв на распределение температур на стыках слоёв. Задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений

$$\Delta T_i = 0, i = \overline{1, n+1}$$

где Δ - двумерный оператор Лапласа, при краевых условиях

$$T_1(x, 0) = 0.5b_0 + \sum_k f_k \cos kx, \lim_{z \rightarrow \infty} |T_{n+1}(x, z)| < \infty$$

и условиях идеального теплового контакта соседних слоёв [1]

$$T_i(x, h_i) = T_{i+1}(x, 0), \alpha_i \partial T_i(x, h_i) / \partial z = \alpha_{i+1} \partial T_{i+1}(x, 0) / \partial z, i = \overline{1, n}.$$

Здесь α_i - коэффициент теплопроводности i -го слоя.

В частном случае, при $n = 2$, температура на границе слоя и полупространства описывается функцией

$$T_1(x, h_1) = 0.5b_0 + 2 \sum_k b_k (a_k(1+r) + a_k^{-1}(1-r))^{-1} \cos nx.$$

$$\text{Тут } a_k = \exp(kh_1), r = \alpha_2 / \alpha_1.$$

1. Н.М. Беляев, А.А. Рядно *Методы теории теплопроводности* (М: Высшая школа: 1982).